F R A C T A L E S

UNA AVENTURA EN LA FRONTERA DEL CAOS

DR. CARLOS PRIETO DE CASTRO

INSTITUTO DE MATEMATICAS DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

El Dr. Carlos Prieto de Castro presentó una conferencia el 12 de - febrero de 1992 en el C.C.H. Vallejo con el título de " **Fractales** ".

En dicha conferencia el Dr. Prieto de Castro mencionó la importancia que tuvo el programa desarrollado por el Dr. J. Abreu, que permitió- con el uso de la computadora, abordar un problema de frontera para - ciertas funciones, que bajo iteración, se puede ver su comportamien - to en una región del plano complejo.

Dicho comportamiento de funciones, como $f(Z) = Z^2 + C$, puede ser - convergente, divergente o saltar en un conjunto del plano. Es bajo - el comportamiento de este tipo de funciones que tiene sentido el **Conjunto de Julia** asociado a un cierto valor complejo **C** y el **Conjunto - de Mandelbrot,** como el conjunto formado por la región del plano que- contiene a los valores **C.**

Las imágenes presentadas por el Dr. Carlos Prieto despertaron gran - interés en el público logrando con ello " mostrar al mundo la enorme belleza que se encuentra dentro de las ideas Matemáticas ". *

Los **Fractales** son parte integrante de la **Teoría del Caos** y la frontera del **Conjunto de Mandelbrot es la frontera del Caos.**

Reproducimos el artículo íntegro del Dr. Carlos Prieto de Castro,- así como las imágenes sorprendentes y bellas, como una continuación del interés despertado por la conferencia. Dicho artículo fué publicado en " **El Irracional** " en su número 10 de noviembre de 1990.

* " El Irracional " /No. 10 / Noviembre 1990/

UNA AVENTURA EN LA FRONTERA DEL CAOS

DR. CARLOS PRIETO DE CASTRO

En este artículo se presentará un ejemplo de frontera para una región en el plano. El interés de este ejemplo es múltiple. En primer lugar, esta frontera surge del estudio de una función matemática muy simple, sin embargo su estructura resulta muy compleja. Por otro lado, el estudio de esta frontera no hubiera sido posible sin el uso de la computadora y de monitores de alta resolución. Finalmente, y esto sólo lo podríamos ilustrar en toda su belleza con gráficas polícromas, da a los matemáticos la posibilidad de mostrar al mundo la estética, la enorme belleza que se encuentra dentro de las ideas matemáticas.

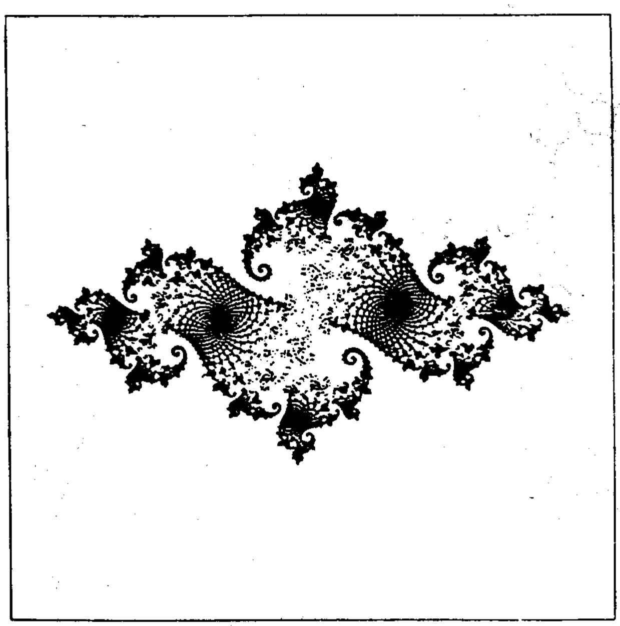

figura 1

Consideremos el plano de los números complejos de la forma $Z = X + Yi$, donde i es la raíz cuadrada de -1, es decir, $i^2 = -1$. Estos números se pueden ver como puntos del plano cartesiano.

Se va a considerar la función

$$f(Z) = Z^2 + C$$

donde C es algún número complejo fijo. Nos interesa iterar esta función y ver su comportamiento. Es decir, se considera algún valor inicial Z_0 y se define $Z_1 = f(Z_0)$, $Z_2 = f(Z_1)$, etc., es así que se obtiene una sucesión de números complejos con varias posibilidades, dependiendo de

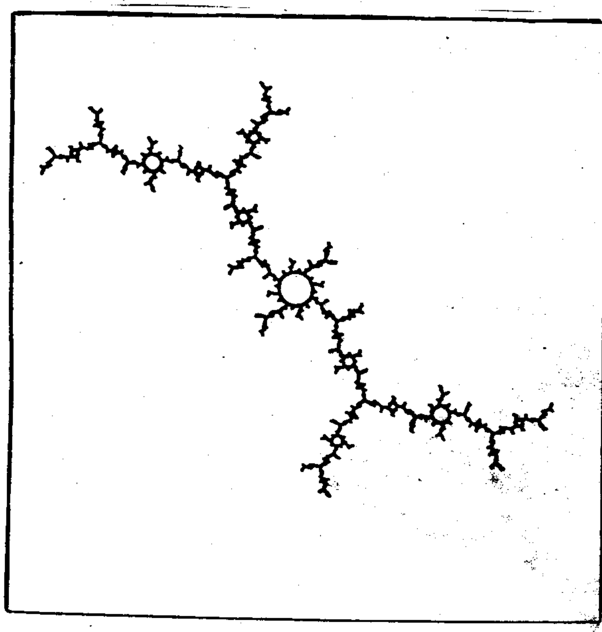

figura 2

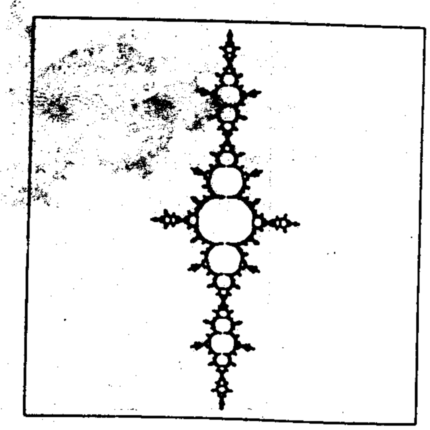

figura 3

Z_o. Puede converger, es decir, tender a un cierto valor, o diverger, es decir tender a infinito, o simplemente quedarse brincoteando en un conjunto del plano. A este conjunto se le conoce como **Conjunto de Julia** asociado al valor complejo **C**; se le denota por J_C. Las figuras ilustran algunas formas que pueden tener estos conjuntos, dependiendo del valor de **C**.

Es posible clasificar **los Conjuntos de Julia** en dos grandes categorías: los conexos y los inconexos. Por ejemplo, en las figuras 2, 3, 8 y 9 los conjuntos son conexos; por el contrario, los de las figuras 1, 6 y 7 son inconexos. La conexidad de **los Conjuntos de Julia** depende de la ubicación del valor complejo **C**. Se define el **Conjunto de Mandelbrot** como la región del plano que contiene a los valores **C**, para los cuales el correspondiente **Conjunto de Julia** es conexo. La frontera del **Conjunto de Mandelbrot**, es la "frontera del caos", es donde se rompen los **Conjuntos de Julia** en pedazos. De hecho, mientras más nos alejamos **del Conjunto de Mandelbrot**, los correspondientes **Conjuntos de Julia** se pulverizan. La figura 4 muestra una imagen del **Conjunto de Mandelbrot** y las diversas formas de los **Conjuntos de Julia**, según la ubicación del valor **C** en el plano complejo.

Como puede apreciarse, no sólo **los Conjuntos de Julia** presentan formas

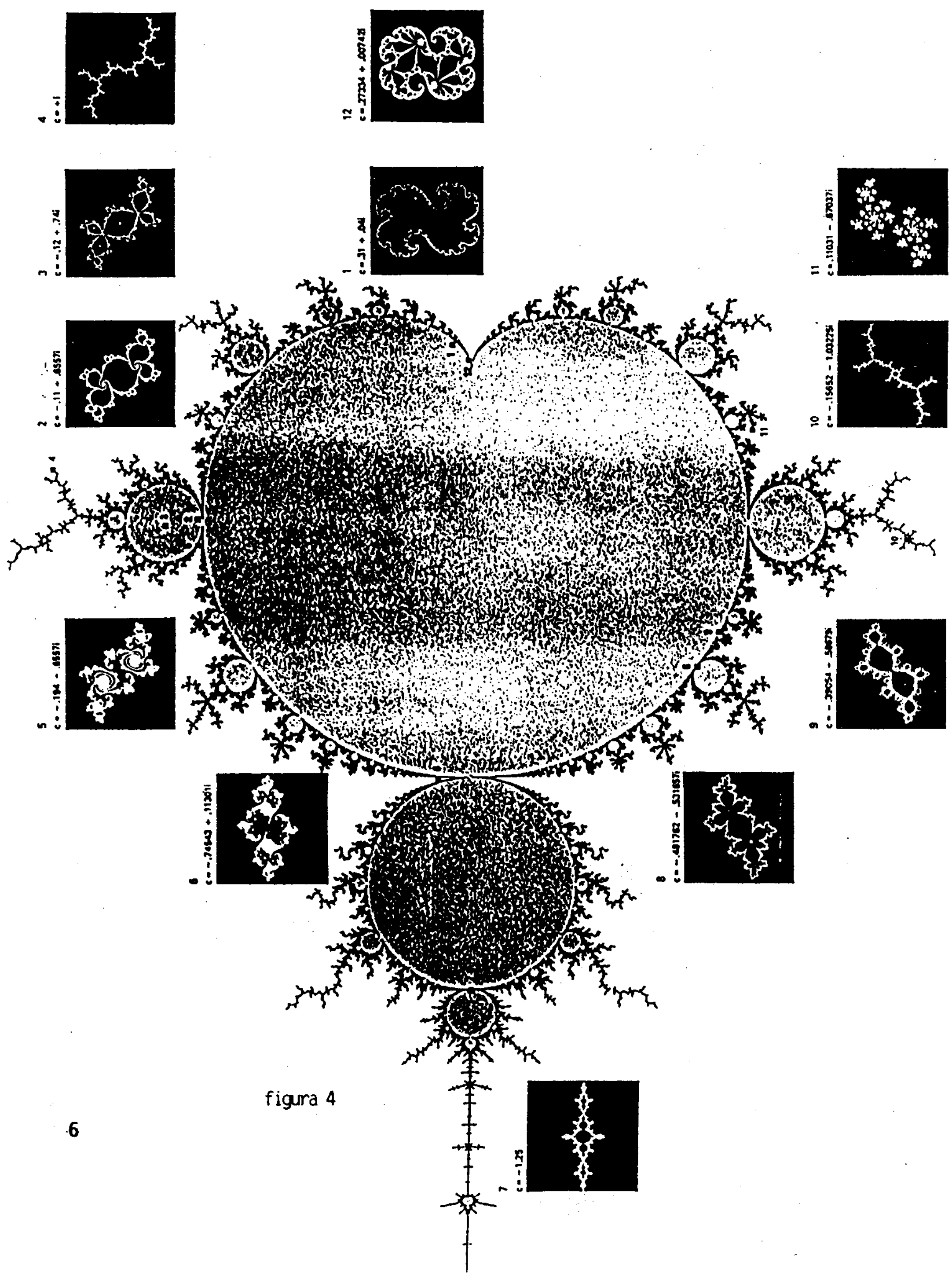

figura 4

intrincadas, también la frontera del propio **Conjunto de Mandelbrot** - tiene un aspecto harto complicado.

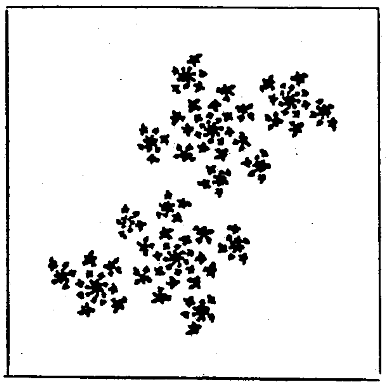

figura 6

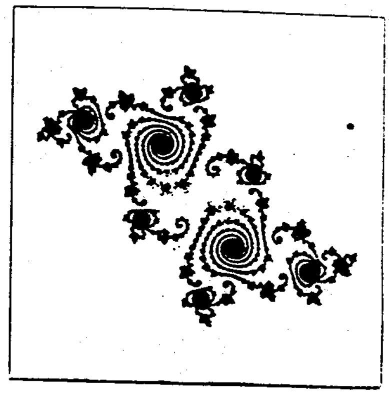

figura 7

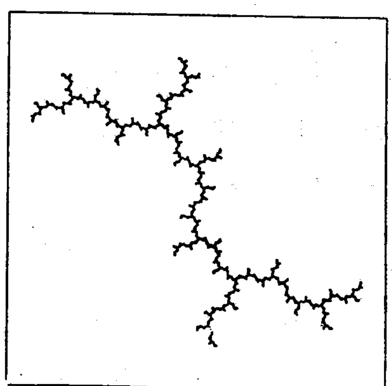

figura 8

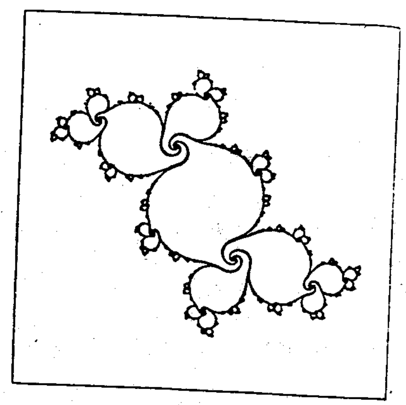

figura 9

* Reproducido de " **El Irracional** " Nº 10 / Noviembre 1990 /
Sociedad Matemática Mexicana. Centro Universitario de Comunicación de la Ciencia.