

Curso Taller de Formación Superación y  
Actualización para Profesores de Matemáticas  
del Bachillerato.

Laboratorio de Visualización Matemática. [gomal@servidor.unam.mx](mailto:gomal@servidor.unam.mx)

21-02-03

# Contents

<b>1 Propuesta sobre un curso-taller de “Formación, Superación y Actualización” en Matemáticas del Personal Docente del Bachillerato.</b>	<b>2</b>
1.1 Antecedentes. . . . .	2
1.2 Primer Programa. . . . .	3
1.3 Objetivos. . . . .	5
1.4 Línea de Superación y Actualización. . . . .	6
1.5 Propósitos. . . . .	6
1.6 Características del Curso de Superación y Actualización.	6
1.7 Segundo Programa. . . . .	7
1.8 BIBLIOGRAFÍA. (Podrá consultarse en <a href="http://valle.fciencias.unam.mx/textos">http://valle.fciencias.unam.mx/textos</a> )	8
1.9 Fechas: . . . . .	10
1.10 Requisitos: . . . . .	10
1.11 Costos: . . . . .	10
1.12 Expedición de constancias: . . . . .	10
1.13 Personal del LVM. . . . .	10

## Chapter 1

# Propuesta sobre un curso-taller de “Formación, Superación y Actualización” en Matemáticas del Personal Docente del Bachillerato.

*Proyecto sobre un Curso de Formación, Superación y Actualización para Profesores en activo del nivel Bachillerato, con duración de 1 año (6 hrs. de cada semana hábil: viernes 16 a 19, sábado 10 a 13 hrs., con un total de entre 180 y 240 hrs. de trabajo). Impartido por Profesores, Investigadores y Ayudantes de Profesor del Laboratorio de Visualización Matemática (LVM) del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México (DM-FC-UNAM).*

### 1.1 Antecedentes.

1. El Departamento de Matemáticas (DM) de la Facultad de Ciencias (FC) permanentemente en forma poco ostentosa y de la manera más multifacética ha siempre participado y ayudado en la *Formación, Superación y Actualización* del personal docente del sistema universitario del Bachillerato.
2. El *Laboratorio de Visualización Matemática* (LVM) proponente del presente proyecto parcialmente nació de las actividades del “*Seminario de*

*Enseñanza y Titulación*” y de su “*Revista del Seminario de Enseñanza y Titulación*” que funcionó durante un decenio y que se dedicó a preparar gratuitamente la titulación de varias decenas de Profesores en activo del Bachillerato y simultáneamente Pasantes sobre todo de la carreras de matemáticas y actuaría y pretende con esta actividad contribuir a su versión de *Bachillerato Virtual Gratuito*.

3. Las Personas (Profesores, Investigadores, Ayudantes y Estudiantes) que han pasado por el LVM han desarrollado actividades voluntarias no remuneradas, con base en las cuales en la actualidad el LVM se propone entre otros el proyecto de un *Bachillerato Virtual Gratuito*.
4. El principio ideal rector de nuestras intenciones de enseñanza aprendizaje han consistido en desarrollar un concepto de *educación matemática* basada simultáneamente en principios *didácticos* y *psicodidácticos*, que combinen armónicamente resultados *teóricos puros*, con *aplicaciones* y formas adecuadas de *transmitir* la información, en un contexto *transdisciplinario e interdisciplinario*.

## 1.2 Primer Programa.

Tomando en cuenta que aún con los posibles cambios que sufran los *programas del área de matemáticas*, digamos en el sistema CCH, ENP, Sistema incorporado de Bachillerato, Sistema de los Cecyt, etc. los temas matemáticos del nivel Bachillerato seguramente no sobrepasarán los siguiente tópicos:

1. **Aritmética, Álgebra y Funciones Elementales:** *Números reales y complejos* (Números reales y coordenadas, exponentes y raíces, Fundamentación de todas las manipulaciones y operaciones con números complejos). *Transformaciones idénticas* (expresiones algebraicas racionales e irracionales). *Logaritmos de números en diferentes bases*. *Funciones y sus gráficas* (funciones elementales, transformación de sus gráficas, algunas funciones racionales). *Ecuaciones* (raíces, ecuaciones equivalentes, soluciones gráficas, Ecuaciones algebraicas con 1 incógnita 1o-4o grados, Sistemas de ecuaciones algebraicas, Ecuaciones irracionales, potenciales y logarítmicas). *Desigualdades* (Numéricas y algebraicas, Solución de desigualdades). *Sucesiones* (Límite de sucesiones numéricas, progresiones aritméticas y geométricas).
2. **Trigonometría.** *Funciones trigonométricas y sus gráficas* (Vectores y generalización de las nociones de ángulo y arco, Funciones trigonométricas de ángulos arbitrarios, Identidades trigonométricas básicas, Paridad imparidad y periodicidad de las funciones trigonométricas, fórmulas de reducción de ángulos con múltiplos o submúltiplos de  $\pi$ , Gráficas de las funciones trigonométricas). *Transformación de las expresiones trigonométricas* (Fórmulas de la suma y la diferencia, Fórmulas para la duplicación

y reducción de ángulos a la mitad, Transformación a sumas de productos, Transformación a productos de sumas y restas, Transformación de ciertas expresiones en productos mediante la introducción de ángulos auxiliares). *Funciones trigonométricas inversas y sus gráficas* (Las funciones  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\arctan x$ ,  $\operatorname{arccot} x$ , Las operaciones sobre las *funciones trigonométricas inversas*, Operaciones sobre las *funciones trigonométricas inversas*, Las operaciones *trigonométricas inversas sobre las funciones trigonométricas*). *Ecuaciones y desigualdades trigonométricas* (Ecuaciones tipo  $\sin x = a$ , Método de reducción a una sola función del mismo argumento, Algunos métodos especiales para la resolución de ecuaciones y sistemas trigonométricos, Resolución de desigualdades con funciones trigonométricas))

3. **Geometría:** *Conceptos geométricos básicos* (Punto, Recta, Plano, Figuras, Cuerpos, Ángulos, Medición de magnitudes geométricas). *Rectas perpendiculares y paralelas* (Propiedades de perpendiculares y paralelas, Lugares geométricos de puntos: circunferencias). *Construcciones geométricas* (Construcciones con regla y compás, Principales construcciones geométricas). *Triángulos y cuadriláteros* (Propiedades de los triángulos, Paralelogramos, Cuadriláteros, Rombos, Cuadrados). *Semejanza de figuras geométricas* (Segmentos proporcionales, Transformaciones de figuras semejantes u homotecias, Semejanza de correspondencia de figuras). *Relaciones métricas en el círculo* (Ángulos y segmentos proporcionales en el círculo, cuadriláteros inscritos en circunferencias, Problemas sobre construcciones geométricas). *Relaciones métricas en el triángulo* (Segmentos proporcionales en un triángulo rectángulo, Teorema de Pitágoras, Teorema del coseno y del seno, Fórmula de Herón). *Resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos*. *Polígonos regulares* (Polígonos convexos, Polígonos regulares, Relaciones entre lado, radio y apotema, Perímetro y área de un n-polígono regular, Duplicación del número de lados de un polígono regular), longitud de la circunferencia y área del círculo y sus partes. *Rectas y planos en el espacio* (Posibles disposiciones de rectas y planos en el espacio, Paralelismo, Construcciones geométricas y Estereometría, Perpendicularidad entre rectas y planos, Perpendicular a 2 rectas que se cruzan, Ángulos). *Poliedros y cuerpos esféricos* (Prismas, Paralelepípedos, Cilindros, Pirámides, Conos, Superficies esféricas, Esfera)
4. **Geometría Analítica:** *Recta, cónicas y sus formas canónicas en el plano. Recta y plano en el espacio. Superficies de revolución. Superficies.*
5. **Cálculo.** *Función. Límite. Función continua. Derivada. Máximos y mínimos de una función. Aplicación de la derivada al estudio de funciones y sus gráficas. Integral. Integral indefinida. Integral definida. Integración por partes y sustitución. Desigualdades para integrales definidas. Fórmula y serie de Taylor.*

- (a) De la inclusión detallada de estos tópicos en el Curso-Taller depende si el curso se prolongaría al máximo de horas 240. En caso de que haya interesados en el Primer Programa de temas matemáticos directamente ligados a los tópicos matemáticos del Bachillerato este será impartido los viernes de 16 a 19 hrs. y se prolongará a sólo 120 horas. En caso de que haya interesados en el Segundo Programa de temas de la matemática contemporánea indirectamente ligados a los tópicos matemáticos del Bachillerato este será impartido los sábados de 10 a 13 hrs. y se extendería también a 120 horas. En caso de que la inmensa mayoría de los interesados escojan ambos programas, la primera parte del curso versará (tanto viernes como sábado) sobre el Primer Programa y la continuación después de las primeras 120 hrs. se iniciará el Segundo Programa (también los viernes como los sábados).

### 1.3 Objetivos.

1. El LVM reivindica la ideología de una *educación matemática* a nivel Bachillerato basada en una *didáctica* de tipo “*caótico*”, con una tendencia *sicopedagógica constructivista* e incluso *experimental* que combine de la mejor manera al alcance resultados *teóricos puros* tanto *rigurosos* a su nivel como *intuitivos*, con *aplicaciones* que al menos sean una buena *simulación* de los *problemas reales* y formas adecuadas de *transmitir* la información con métodos formativos. Todo esto de lograrse sólo puede concebirse en un contexto *transdisciplinario* e *interdisciplinario*, con una mezcla de *técnicas* de tipo *tradicional* y el uso simultáneo de *nuevas* y variadas *tecnologías* tanto educativas como de comunicación e investigación a este nivel.
2. El LVM se propone no sólo *transmitir conocimientos* ya conocidos, sino intentar *crear nuevo conocimiento matemático* a este nivel, *nuevos enfoques*, *nuevas interrelaciones*, de forma tal que se coadyuve con los Profesores ante sus alumnos a ganar voluntades y entusiasmo a favor de la pertinencia del razonamiento matemático.
3. *Superación y Actualización Permanente* del Profesor de Matemáticas del nivel Bachillerato a través de temas selectos de la *Matemática Contemporánea*.
4. Dar elementos a los Profesores del nivel medio para elevar la calidad de la enseñanza del estudiante de bachillerato, de manera que los que aspiren a estudiar licenciaturas ingresen con el perfil que demandan dichas licenciaturas.

## 1.4 Línea de Superación y Actualización.

1. El Curso sería de Superación y Actualización en el área de la disciplina matemática a nivel Bachillerato.
2. El Curso no sería de Superación y Actualización particular o “con traje a la medida” de tal o cual asignatura (de la incumbencia de otros proyectos) del nivel Bachillerato, sino de la matemática de todo el Bachillerato a nivel global con base en los temas arriba citados directamente (Primer Programa), o bien expuesto y trabajado a través de tópicos especiales de la *matemática contemporánea* (Segundo Programa).

## 1.5 Propósitos.

1. Motivar el avance relativo con el que la matemática del nivel bachillerato debe enfrentar los retos de la modernidad sin demérito esencial de la forma tradicional de enfocarlos.
2. Hacer una profunda reflexión del enfoque, del estilo de la enseñanza de la matemática necesaria en nuestros días a nivel bachillerato y de la importancia de dejar la impresión de descubrimiento, de dejar la impresión de estar generando nuevo conocimiento, de lo importante que resulta sentir que se está descubriendo algo, aunque resulte finalmente que frecuentemente se trata de “descubrir hilos negros”. Llegar a la conclusión de lo formativo que puede resultar este enfoque.
3. Proporcionar elementos que hagan conciente al Profesor del estilo con el que se empezó a hacer ciencia matemática a fines del siglo pasado y cómo se expresan sus consecuencias en este siglo y en particular en el estilo de enseñar.
4. Enseñar con el ejemplo de cómo el profesor genera matemática.

## 1.6 Características del Curso de Superación y Actualización.

1. El contenido del curso propuesto pretende reflejar el avance de la matemática a nivel Bachillerato, ya sea directamente con los temas de la matemática del Bachillerato, o desde la óptica de algunos tópicos de la matemática contemporánea, o bien con ambos enfoques y matizada por los intereses de los Profesores del LVM quienes proponen el curso.
2. En mucho la idea de la presentación de los temas tradicionales de la matemática a nivel bachillerato directamente (Primer Programa), o expuestos a través de tópicos especiales de la *matemática contemporánea*

(5.a.) induce a intentar en forma permanente dar una interpretación epistemológica de lo presentado, además del sentido filosófico de los temas trabajados y su importancia en los nuevos paradigmas que se plantean las ciencias en este siglo.

3. El enfoque propuesto propicia nuevas motivaciones para el aprendizaje y retos didácticos que se tienen que enfrentar, la diversidad de recursos, materiales didácticos y técnicas audiovisuales se multiplican a propósito de los temas propuestos. Es casi evidente que este enfoque requiere de una planificación adicional del trabajo docente. La orientación de la enseñanza cambiaría pues se concentraría en píldoras aisladas de matemáticas con vecindades que se conectan unas con otras y que si se transmiten adecuadamente pueden dar como resultado una posible mejoría en la enseñanza de la matemática.
4. La evaluación que se haga de este enfoque está ligado a los resultados, propuestas e iniciativas que propicie en los participantes, de manera semejante debería acontecer posteriormente en el salón de clase con sus alumnos.

## 1.7 Segundo Programa.

El curso-taller alternativo será guiado por los siguientes grandes módulos:

1. **Probabilidad e Información** (construcción de una Introducción a la Teoría de la Información a la Shanon a partir de esencialmente sólo contar con la función logaritmo: Ideología y génesis de la función logaritmo. Conceptos probabilísticos. Entropía. Cantidad de información. Problemas lógicos (monedas falsas). Códigos. Entropía y Cantidad de información de tipos de comunicación escrita, verbal, musical, biológica. Visión computacional de los Códigos (“Maple”).
2. **Método Monte Carlo** (Origen del Método. Peculiaridades del Método. Problemas que resuelve. Modelación de variables aleatorias discretas y continuas. Teorema del Límite Central. Esquema básico del Método Monte Carlo. Cómo una computadora o calculadora puede generar números aleatorios. Números Pseudoaleatorios. Transformación de variables aleatorias. Aplicaciones concretas del Método Monte Carlo. Visión computacional del Método Monte Carlo (“Maple”).
3. **Ecuaciones en Diferencias** (Análogo del cálculo diferencial e integral, pero no para variable continua, sino con variable discreta. Operador en diferencias. Análisis detallado de problemas que llevan a ecuaciones en diferencias. Una ecuación en diferencias de orden 1. Una ecuación de orden 2. Un sistema de orden 2 con coeficientes constantes. Un sistema de orden 2 con coeficientes variables. Una ecuación no lineal (la logística). Visión computacional de las Ecuaciones en Diferencias (“Integra”).



4. **Sistemas Dinámicos Discretos** (Iteración de funciones reales lineales y no lineales. Función caótica. El método de diagramas. Puntos periódicos. Duplicación de períodos. Teorema de Sharkovskii. El método numérico de Euler y su reinterpretación para Sistemas Dinámicos Discretos. Problemas concretos. Visión computacional de los Sistemas Dinámicos Discretos (“Integra”)).
5. **Geometría Fractal** (Construcción de fractales. Dimensión topológica y Dimensiones Fractales. Sistemas de funciones iteradas, Compactación de información. ... Visión computacional de la Geometría Fractal)
6. **Nudos Matemáticos.** (Matemática cualitativa: Nudos. Enlaces. Trenzas. Marañas. Isotopía. Equivalencia. Bilateralidad o anfiquieralidad. Invariantes. Aritmetización. Cirugía. Rompecabezas de alambre. Aplicaciones al DNA y a la Física Estadística. Visión computacional de los Nudos Matemáticos (“Maple”)).
7. **Billares Matemáticos.** (Transvasaciones con a lo más 3 recipientes (las Torres de Hanoi, los Anillos Chinos), billares circulares, elípticos, poligonales, transformación de billares y sus puntos singulares, espacios de fases,... Visión computacional de los Billares Matemáticos (“Maple”)).
8. Otros posibles temas: **Procesamiento Digital de Imágenes. Geometría Discreta. Estructuras Algebraicas. Autómatas celulares, Álgebra Lineal.**

## 1.8 BIBLIOGRAFÍA. (Podrá consultarse en <http://valle.fciencias.u>

- [1] *Javier Fernández García*, (1976), “Introducción a la Teoría de Información”;
- [2] *Jefferson King Dávalos*, (1976), “Integración con Monte Carlo”;
- [3] *Sobol IM*, (1980), “El Método Monte Carlo”;
- [4] *Faustino Sánchez y José Luis Gutiérrez*, (1998) “Matemáticas para las Ciencias Naturales”, Aportaciones Matemáticas, Serie Textos Nivel Medio y Avanzado, SMM;
- [5] *Antonio Rivera Figueroa y Guillermo Gómez Alcaraz*, (1998) “Ecuaciones de 1er. y 2o. Orden en Diferencias”;
- [6] *Gabriela Posadas Durán*, (2003), “Sistemas Dinámicos Discretos”;
- [7] *Devaney R.*, (1990), “Chaos, Fractals, Dynamics”, Addyson Wesley, Reading MA;
- [8] *Peitgen HO, Jurgens H, Saupe D*, (1992), “Fractals for the Classroom”, Springer-Verlag, NY;
- [9] *Vinicio Gómez Gutierrez*, (1995), “Geometría en Biología (Simulación del Crecimiento de Algunos Tipos de Algas)”;

- [10] *Andrés Gómez Valle*, (1996) “*La Noción de Nudo en el Bachillerato*”;
- [11] *Alberto Ceciliano Hernández*, (1996) “*Algunos Modelos de Poblaciones como Introducción de la Matemática para Biólogos*”;
- [12] *Fernando Brambila y Guillermo Gómez*, (2003) “*Billares Matemáticos*”, ... Casa Editorial Iberoamérica;
- [13] *Pedro Miramontes Vidal y Guillermo Gómez Alcaraz*, (2003), “*Aplicaciones de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*”, ... Casa Editorial Iberoamérica;
- [14] *Andrés Gómez Valle*, (1996), “*La noción de Nudo en el Bachillerato*”, Junio 1996;
- [15] *Catalina Becerril Partida*, (1994) “*La Idea de Fractal a Nivel Bachillerato*”;
- [16] *Vicente Zúñiga Jiménez*, (1994) “*Complejidad para el Bachillerato*”;
- [17] *Carlos Prieto*, (1992) “*Matemáticas hacia el siglo XXI*”, Reunión Nacional de Matemáticas del 50 Aniversario de la SMM, Mayo 1992, 31-51;
- [18] *José Juan Hernández Aguilar*, (2002), “*Exponentes de Lyapunov no Nulos. Billares Caóticos*” Julio 2002”;
- [19] *Rafael Molina Rincón*, (2003), Programa sobre “*Billares Matemáticos con frontera definida por curvas paramétricas*”;
- [20] *Omar Alejandro Suarez*, (2003), Programa sobre “*Billares Matemáticos Poligonales*”;
- [21] *Sumners d. W.*, (1990) “*Untangling DNA*”, *Math. Intelligencer*, 12, 3 (1990), 71-80;
- [22] *Gómez Larrañaga J.C., Short H.*, (1989) “*Química Topológica: Moléculas Anudadas*” *Revista del Seminario de Enseñanza y Titulación*, Num. Esp. 31, (1989)...-... DM-FC-UNAM;
- [23] *Griselda García Naumis*, (1995), “*Proyecto de Texto para el Curso de Temas Selectos de Matemáticas, ubicado en el Plan de Estudios del 3er. año del Bachillerato*”;
- [24] *Carlos Meza Romero*, (1986), “*Algunos Modelos de Dinámica de Poblaciones de Peces*”;
- [25] *Flavio Gómez Arredondo*, (1986), “*Temas de Ecuaciones Diferenciales, Susceptibles de Impartir a Nivel Medio Superior*”;
- [26] *Bertha Medina Flores*, (1986) “*Desarrollo de Algunos Temas para la Enseñanza de la Geometría en el CCH*”;
- [27] *Lourdes Romero Miranda*, (1986), “*Desarrollo de Algunos Temas para la Enseñanza del Cálculo en el CCH*”;

## 1.9 Fechas:

1. El Curso-Taller en cualquiera de las modalidades empezará el **7 de Julio de 2003**.
2. El cupo estará limitado a la capacidad del Salón de Seminarios S-104 (Primer piso del Edificio de Matemáticas FC-UNAM)
3. Preinscripciones (Cubículo 030, Dpto. de Matemáticas, FC-UNAM): durante Mayo de 2003.
4. Determinación de la Modalidad(es) del Curso-Taller: 7 de Junio de 2003.
5. Inscripciones a la modalidad aprobada: 7-30 de Junio de 2003.
6. Mayores informes a partir del 1o. de Abril de 2003: al Tel 5622 4858 o al CE: gomal@servidor.unam.mx

## 1.10 Requisitos:

1. Ser **profesor en activo** del nivel Bachillerato (CCH, ENP, etc)
2. Al preinscribirse escribir en **1 cuartilla** las razones por las cuales se desea acreditar el curso-taller, agregando teléfono o dirección electrónica (En el Cubículo 030, Dpto. de Matemáticas, FC-UNAM).
3. Los Módulos quedarán acreditados mediante **exámenes por módulos**, o bien mediante la entrega de un **trabajo por módulo**. Además de un mínimo de **90% de asistencia**.

## 1.11 Costos:

Como debiera ser todo curso impartido por una Universidad Pública será **gratuito**.

## 1.12 Expedición de constancias:

El Consejo Departamental de Matemáticas de aprobar el Curso-Taller expedirá la constancia de acreditación del mismo.

## 1.13 Personal del LVM.

Prof. Santiago López de Medrano, IM-FC-UNAM;  
Prof. José Luis Lugo Gotilla, UCM-FC:UNAM;  
Prof. Juan Hernández Aguilar, UCM-FC:UNAM;  
Prof. Enrique Salazar Leyva;

Prof. Luis Manuel Hernández Gallardo#, FC-UNAM;  
Prof. Guillermo Gómez Alcaraz#, FC-UNAM;  
Prof. Omar Alejandro Suárez;  
Prfra. Ayud. Rocío del Pilar Aguilar# FC-UNAM;  
Prof. Ayud. Rodrigo Aguilar Franco# FC-UNAM;  
Prof. Ayud. Juan Olgún Ortíz# FC-UNAM;  
# Profesores responsables del curso-taller.

Por el Laboratorio de Visualización Matemática: M en C Guillermo Gómez Alcaraz,  
Cubículo 030, Dpto. de Matemáticas, Fac. de Ciencias, UNAM, Tel. **5622 4858**, CE:  
**gomal @servidor.unam.mx**